



NASIONALE SENIOR CERTIFIKAAT-EKSAMEN  
AANVULLINGSEKSAMEN – MAART 2019

**WISKUNDE: VRAESTEL II**

**NASIENRIGLYNE**

Tyd: 3 uur

150 punte

---

Hierdie nasienriglyne is opgestel vir gebruik deur eksaminators en hulp-eksaminators van wie verwag word om almal 'n standaardiseringsvergadering by te woon om te verseker dat die riglyne konsekwent vertolk en toegepas word by die nasien van kandidate se skrifte.

Die IEB sal geen bespreking of korrespondensie oor enige nasienriglyne voer nie. Ons erken dat daar verskillende standpunte oor sommige aangeleenthede van beklemtoning of detail in die riglyne kan wees. Ons erken ook dat daar sonder die voordeel van die bywoning van 'n standaardiseringsvergadering verskillende vertolkings van die toepassing van die nasienriglyne kan wees.

---

## AFDELING A

### VRAAG 1

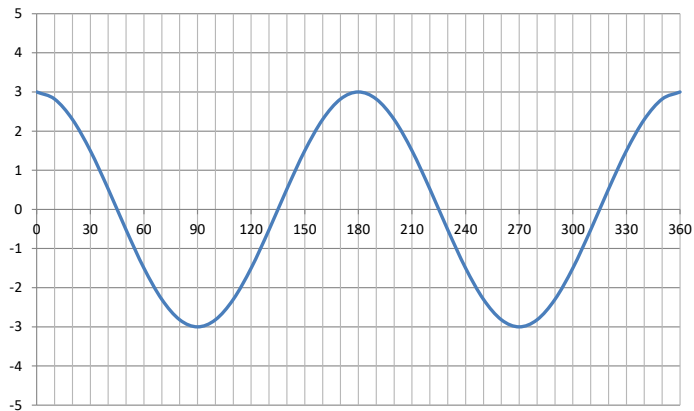
- (a)  $k = 1$
- (b)  $AB = \sqrt{(5-1)^2 + (5-2)^2}$   
 $AB = 5$
- (c) Middelpunt  $\left(\frac{11}{2}; 1\right)$   
 $m = \frac{5-1}{5-5,5} = -8$   
 $5 = -8(5) + c$   
 $c = 45$   
 $y = -8x + 45$
- (d)  $\tan \hat{CAB} = \frac{4}{3}$   
 $\hat{CAB} = 53,13^\circ$
- (e) Oppervlakte  $\triangle ABC = \frac{1}{2} (5)(7) \sin 53,13^\circ$   
Oppervlakte  $\triangle ABC = 14$  eenhede<sup>2</sup>
- (f)  $(x-5)^2 + (y-5)^2 = 25$
- (g) Ja, aangesien AB gelyk is aan 5 eenhede, dieselfde lengte as die radius.

### VRAAG 2

- (a) OM = 3 eenhede
- (b)  $2x^2 = 9$   
 $x = \sqrt{\frac{9}{2}}$  en  $y = \sqrt{\frac{9}{2}}$
- (c)  $y = -x + c$   
Vervang in punt M  $\left(\frac{3}{\sqrt{2}}; \frac{3}{\sqrt{2}}\right)$   
 $\frac{3}{\sqrt{2}} = -\frac{3}{\sqrt{2}} + c$   
 $c = 3\sqrt{2}$  of 4,24  
 $y = -x + 3\sqrt{2}$
- (d) Oppervlakte  $\triangle OPN = \frac{1}{2} (3\sqrt{2})(3\sqrt{2}) = 9$  eenhede<sup>2</sup>

### VRAAG 3

(a)



Beginpunt (0; 3)  
Draaipunt (90°; -3)  
Draaipunt (180°; 3)  
Eindpunt (360°; 3)

(b)

$$3\cos 2x = 2$$

$$\cos 2x = \frac{2}{3}$$

Verwysingshoek = 48,19°

$$2x = 48,19^\circ + k \cdot 360^\circ$$

$$x = 24,1^\circ + k \cdot 180^\circ$$

Alternatief:  $2x = \pm 48,19^\circ + k \cdot 360^\circ$

$$x = \pm 24,1^\circ + k \cdot 180^\circ$$

$$2x = 311,81^\circ + k \cdot 360^\circ$$

$$x = 155,91^\circ + k \cdot 180^\circ$$

$$\therefore x \in \{24,1^\circ; 155,9^\circ; 204,1^\circ; 335,9^\circ\}$$

(c)

Maksimum waarde =  $2 - (-3) = 5$  eenhede

### VRAAG 4

$$(a) \quad (1) \quad \frac{\sin \theta}{\cos \theta - \sin \theta} + \frac{\sin \theta}{\cos \theta + \sin \theta} = \tan 2\theta$$

$$\frac{\sin \theta \cos \theta + \sin^2 \theta + \sin \theta \cos \theta - \sin^2 \theta}{\cos^2 \theta - \sin^2 \theta}$$

$$\frac{2\sin \theta \cos \theta}{\cos^2 \theta - \sin^2 \theta}$$

$$\frac{\sin 2\theta}{\cos 2\theta}$$

$$= \tan 2\theta$$

$$(2) \quad \tan 2\theta = -5$$

Verwysingshoek =  $78,7^\circ$

$$2\theta = 101,3^\circ + k \cdot 180^\circ$$

$$\theta = 50,7^\circ + k \cdot 90^\circ$$

Alternatief:

$$2\theta = -78,7^\circ + k \cdot 180^\circ$$

$$\theta = -39,4^\circ + k \cdot 90^\circ$$

$$(b) \quad (1) \quad \text{Metode om ontbrekende sy te vind}$$

$$= \sqrt{1 - m^2}$$

$$(2) \quad \sin^2 63^\circ$$

$$= \cos^2 27^\circ$$

$$= 1 - m^2$$

$$(3) \quad = \sin(45^\circ + 27^\circ)$$

$$= \sin 45^\circ \cos 27^\circ + \cos 45^\circ \sin 27^\circ$$

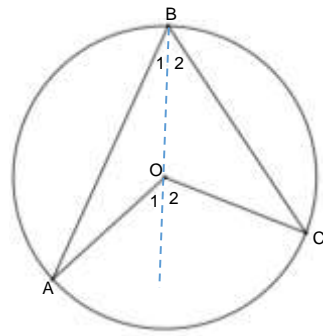
$$= \frac{\sqrt{2}(\sqrt{1 - m^2} + m)}{2} \text{ of enige ander vorm van hierdie antwoord}$$

$$(4) \quad = \tan 63^\circ = \frac{\sin 63^\circ}{\cos 63^\circ} = \frac{\cos 27^\circ}{\sin 27^\circ}$$

$$= \frac{\sqrt{1 - m^2}}{m}$$

### VRAAG 5

(a)



Te bewys:  $\hat{AOC} = 2 \times \hat{ABC}$

Kyk vir konstruksie op diagram of gemerk BO

$\hat{O}_1 = \hat{A} + \hat{B}_1$  (Buitehoek van driehoek)

$\hat{A} = \hat{B}_1$  (Gelykbenige driehoek OF Radii)

Net so in ander driehoek

$\hat{O}_1 = 2 \times \hat{B}_1$

$\hat{O}_2 = 2 \times \hat{B}_2$

Dus

$\hat{AOC} = 2 \times \hat{ABC}$

(b)  $\hat{S}_2 = 55^\circ$  (Radii; gelykbenige driehoek)

$\hat{S}_1 + \hat{S}_2 = 90^\circ$  (Hoek in halfsirkel)

$\hat{S}_1 = 35^\circ$

$\hat{T}_2 = 35^\circ$  (Raaklyn-koord-stelling)

(c)  $\hat{ABD} = 80^\circ$  (Raaklyn-koord-stelling)

$\hat{DBC} = 32^\circ$  (Hoeke in dieselfde segment)

$\hat{AGE} = 112^\circ$  (Buitehoek van koordevierhoek)

### VRAAG 6

(a) Dit sal die korrelasiekoëffisiënt versterk.

(b) Nader aan minus 1 aangesien die verwantskap indirek is of negatiewe gradiënt.

(c) Nee; aangesien die korrelasie nie gelyk is aan  $-1$  nie.

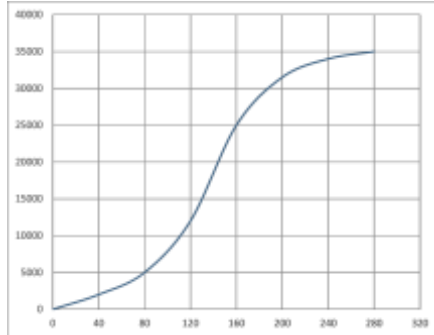
(d) Hy sê dat die waarde vir  $x$  buite die laagste en hoogste waarde lê wat gebruik word om die lyn van beste passing te vind, dus kan hy nie seker wees dat dit akkuraat is nie.

## AFDELING B

### VRAAG 7

- (a) Metodepunt vir berekeninge.  
 $\bar{x} = 134,86$  (Volpunte vir korrekte antwoord)

(b)



Beginpunt (0; 0)  
Eindpunt (280; 35 000)  
Akkuraatheid op die (80; 5 000)  
Gladde kromme getrek

- (c) Bepaling van posisie  $\frac{35\,000}{2}$   
Enige waarde van 125 tot 150
- (d) Kry 'n hoeveelheid van 33 000 tot 34 500  
35 000 – hoeveelheid =  $\pm 1\,800$
- (e) (1) Mediaan sal dieselfde bly, aangesien boonste helfte nie beïnvloed word nie.  
(2) Neem af; waardes sal nader aan die gemiddelde saamdruk.  
(3) Skeef meer na links, boonste helfte van data sal nader aan die mediaan gedruk word.

### VRAAG 8

$$(a) \quad \frac{EC}{BE} = \frac{k}{2k} = \frac{1}{2}$$

$$(b) \quad \frac{\frac{1}{2}(k)(2m)\sin \hat{B}}{\frac{1}{2}(3k)(3m)\sin \hat{B}} \\ = \frac{2}{9}$$

$$(c) \quad \triangle ABC \sim \triangle DBE \text{ (HHH)} \\ \frac{AC}{DE} = \frac{AB}{DB} = \frac{3k}{2k} \\ \frac{AC}{17} = \frac{3}{2} \\ AC = 25,5 \text{ eenhede}$$

### VRAAG 9

$$(a) \quad \begin{array}{ll} \hat{MAN} = \hat{MBN} = 90^\circ & \text{(Raaklyn loodreg op radius)} \\ \hat{BNA} = 44^\circ & \text{(Hoeke in 'n vierhoek)} \\ \hat{CND} = 44^\circ & \text{(Hoek by middelpunt = 2 \times hoek by omtrek)} \\ \hat{NCD} = \hat{NDC} & \text{(Radii; gelykbenige driehoek)} \\ \hat{BAN} = \hat{NBA} & \text{(Raaklyne van gemeenskaplike punt getrek)} \end{array}$$

$$(b) \quad CD^2 = 9^2 + 6,2^2 - 2(9)(6,2) \cos 22^\circ$$

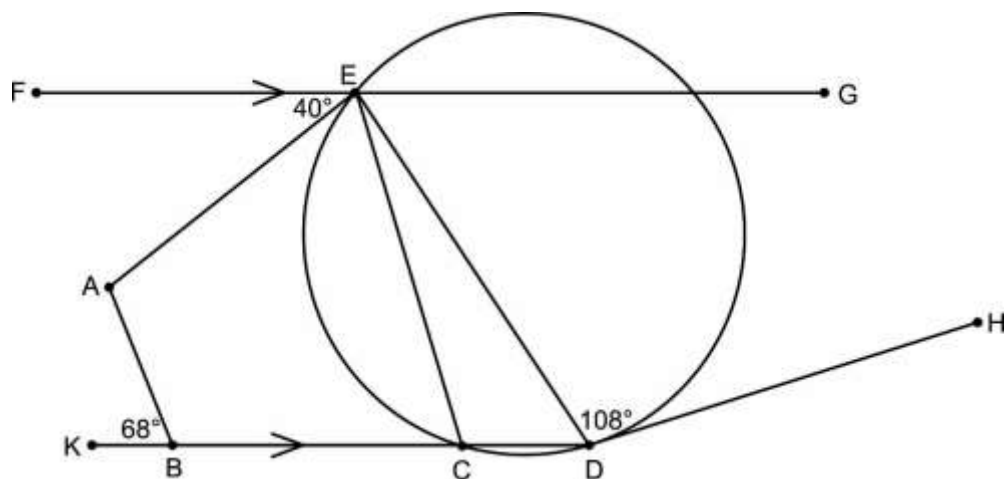
$$CD = 4 \text{ eenhede}$$

$$\frac{DN}{AN} = \frac{CD}{AB}$$

$$\frac{27}{25} = \frac{4}{AB}$$

$$AB = 3,7 \text{ eenhede}$$

# VRAAG 10



Punt vir konstruksie

$$\hat{BAE} = 40^\circ + 68^\circ = 108^\circ$$

(Verwisselende hoeke)

$$\hat{ECD} = 108^\circ$$

(Raaklyn-koord-stelling)

$$\hat{BAE} = \hat{ECD}$$

Dus

AECB is koordevierhoek

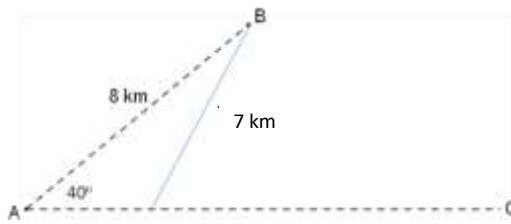
(Omgekeerde: buitehoek gelyk aan  
teenoorstaande binnehoek)



### VRAAG 11

- (a)  $x^2 - 10x + 25 + y^2 + 2y + 1 = -22 + 26$   
 $(x - 5)^2 + (y + 1)^2 = 4$   
Middelpunt van kleiner sirkel (5; -1)  
Radius = 2 eenhede
- (b)  $x^2 + (13 - 4x)^2 - 10x + 2(13 - 4x) = -22$   
 $x^2 + 169 - 104x + 16x^2 - 10x + 26 - 8x = -22$   
 $17x^2 - 122x + 217 = 0$   
 $x = 3,26$  eenhede  
 $y = 0,02$  (Dus nie op die x-as nie.)
- (c)  $m_{CD} = -4$   
Bewys van 'n middelloodlyn op diagram, woorde of gemerk  
Gradiënt van middelloodlyn  $\frac{1}{4}$   
Vervang in middelpunt van kleiner sirkel (5; -1)  
 $-1 = \frac{1}{4}(5) + c$   
 $c = -\frac{9}{4}$   
Stel lyn AB en middelloodlyn gelyk  
 $-\frac{4}{3}x - \frac{2}{3} = \frac{1}{4}x - \frac{9}{4}$   
 $-16x - 8 = 3x - 27$   
 $-19x = -19$   
 $x = 1$   
 $4(1) + 3y = -2$   
 $3y = -6$   
 $y = -2$   
Middelpunt van lyn AB is (1; -2)

## VRAAG 12



'n Punt vir 'n konstruksie wat met die vraag verband hou.

$$\frac{\sin \theta}{8} = \frac{\sin 40^\circ}{7}$$

$$\theta = 47,27^\circ$$

$$\text{Stomphoek} = 132,73^\circ$$

$$\hat{B} = 180^\circ - 132,73^\circ - 40^\circ$$

$$\hat{B} = 7,27^\circ$$

$$\frac{\text{A na basis van gebou}}{\sin 7,27^\circ} = \frac{7}{\sin 40^\circ}$$

$$\text{A na basis van gebou} = 1,38 \text{ km}$$

$$\tan \beta = \frac{160}{1\,380}$$

$$\text{Hoogtehoek} = 6,61^\circ$$

**Totaal: 150 punte**